

# جبر و مقابله خيام

غلامحسین مصاحب

دعوت خيامی یکی از بزرگترین رياضياتي قرون وسطی است. کتاب جبر او حاوی حل هندسی و جبری معادلات درجه دوم، طبقه بندی قابل تحسین معادلات درجات اول و دوم و سوم و تحقیق منظم در حل تمام آنها است.

(سازتن - کتاب تاریخ علوم)  
برای اشخاصی که با تاریخ علوم و خاصه با تاریخ ریاضیات سر و کار دارند کمتر آشنایی یافته اند. مقایله خوارزمی و جبر و مقابله خيام جالب توجه است زیرا بنابر معروف اولی نخستین کتابی است که در علم جبر تألیف شده و دومی اولین رساله ایست که شامل حل تمام اقسام معادله درجه سوم میباشد. ما در این مقاله مختصری راجع به کتاب جبر و مقابله خيام که یکی از بزرگترین آثار علمی قرون وسطی و در نتیجه از بزرگترین مفاخر علمی ایران است گفتگویی کتبی و قبل از شروع به طلب بطور خلاصه اسمی از خيام و آثار او می بریم. سال تولد و وفات و وجه تسمیه خيام مانند دیگر بزرگان مشرق مورد اختلاف است و این اختلافات در غالب کتب ادبی مذکور میباشد همین قدر بالا جملا گوئیم فیهات العین ابو الفتح عمر بن ابراهیم خيام یا خيامی بین سنوات ۴۱۷ و ۴۴۰ قمری در نیشابور تولد یافته و بنا بر مشهور در ایام طفولیت با حسن صباح و خواجیه نظام الملک در یک مکتب تحصیل میکرد و داستان عهد این سه نفر با هم معروف میباشد. در کودکی شاکر د امام موفق نیشابوری بوده و بزعم بعضی نزد امام محمد غزالی نیز درس خوانده و بالاخره بقرائی که از پارهای مدارک استنباط میشود شاکر ابو علی سینا نیز بوده و از محضر او کسب فیض کرده است. تاریخ وفات خيام بوقت معلوم نیست. بقول نظامی عروضی در ۵۰۸ زنده بوده است و مستشرقین اروپائی معمولاً سال وفات او را ۵۱۷ قرار میدهند.

**مقام علمی و ادبی خيام** - عمر خيام یکی از بزرگترین مردان دنیا و از جمله اشخاصی است که با طوم زمان خود احاطه کامل داشته است. وقتی آثار گوناگونی در این زمینه بر پشتهای اروپائی ترجمه شد بقدری نزد خواص و عوام مطبوع و دلپذیر افتاد که آثار علمی او را مستور ساخت و بر خلاف اینکه در مشرق بعنوان یک نفر دست شهرت داشت نزد مغربیان فیلسوفی عالیه مقام و شاعری بزرگ شناخته شد. خلاصه بحث در ارزش آثار ادبی این مرد نامی از موضوع مقاله و صلاحیت نویسنده آن خارج است اما از جنبه علمی رساله جبر و مقابله او بهترین معرفت یک فکر منظم علمی است که تا آن زمان کمتر سابقه داشته و اگر هم خيام تألیف دیگری در علوم نداشت همین رساله برای شناسان مقام علمی او کافی بود (بصفت از رجوع کنید) خيام در علم نجوم نیز مهارت نامی داشته و از جمله واضعین تاریخ جلالی است. تحقیقات او در باب وزن مخصوص اجسام موضوع رساله ریاضی است که انشای آنجا در ترجمه آنرا از نظر خواننده گان محترم می گذرانیم. بالاخره خيام یک رشته رساله های فلسفی نیز دارد که اسمی آنها ذیلا در جزو اسمی آثار او درج میشود.

- ۱ - ریاضیات.
- ۲ - اشعار عربی که در بعضی کتب از او نقل شده.
- ۳ - رساله جبر و مقابله که جدا در باب آن سخن خواهیم گفت.
- ۴ - رساله در حل يك مسئله جبری بوسیله تقطوع مخروطی. از این رساله نسخهای نزد این جانب میباشد و آن از روی نسخه نقیسی که دانشمند محترم آقای عباس اقبال در اختیار ما متذکر شده. متأسفانه بعد از طبع جبر خيام باین رساله دست یافتیم و از این جهت با انتشار آن موفق نشدیم.
- ۵ - رساله در شرح مشکلات مصادرات کتاب اقلیدس. این کتاب شامل سه مقاله است مقاله اول در حقیقت خطوط متوازیه و ذکر شك معروف در آن. مقاله دوم در ذکر نسبت و معنی تناسب و حقیقت آنها. مقاله سوم در تألیف نسبت و تحقیق آن. بهترین مقالات رساله مذکورده مقاله اول آنست که موضوع اثبات اصل موضوع معروف اقلیدس است (از نقطه واقع در خارج يك مستقیم يك خط موازی آن میتوان سرور داد و بیش از یکی ممکن نیست) ولی در آن مانند سایر رسائلی که در قدیم در این باب تألیف شده بجای اصل موضوع اقلیدس اصل موضوع دیگری بکار رفته و لذا فاقد ارزش علمی است. این رساله در سال ۱۳۱۴ با اهتمام مرحوم دکتر اوقالی طبع رسیده است.
- ۶ - رساله در یافتن مقدار عملا و نقره در جسمی که از این دو فلز مرکب باشد.
- ۷ - رساله میزان الحکمه - این رساله را احمد بن نصر الله توی خيام نسبت میدهد ولی علی الظاهر دو اسم آن اشتباه کرده و میزان الحکمه صحیح است چون موضوع رساله ترازی می باشد معروف ترشید است که نزد متقدمین میزان الحکمه معروف بوده و چنانچه آقای عباس اقبال احتمالی میدهند این رساله همانست که در کتابخانه گنا در آلمان تحت نمرة ۱۱۰۸ محفوظ

است و عنوانش چنین میباشد: رساله فی الاحتمال لمعرفة مقداری النعب والفضة فی جسم مرکب منها. قسمتی از این کتاب بضمیمه ریاضیات خيام چاپ ایران طبع رسیده و تماش در کتاب «خيام» از سید سلیمان ندوی که در ۱۹۴۳ در هند منتشر گشته چاپ شده است. ۸ - رساله در صنعت طرق هندی برای استخراج جگر و کعب. اسم این رساله در فهرست نسخ فلزی و عربی کتابخانه شرفی عمومی ناسکیور (کلکتا ۱۹۰۸ میلادی) موجود است. علاوه خيام در کتاب جبر خود بان اشاره میکند اما تاکنون نسخه اش بدست نیامده است.

- ۹ - مشکلات الحساب که در مقدمه رساله شرح مشکلات اقلیدس که در ۱۳۱۴ در طهران چاپ شده بخیام نسبت داده شده است و بقول ناشر این رساله نسخه آن در مونیخ موجود می باشد.
- ۱۰ - رساله دو طبیعیات (بقول شهر زوری)
- ۱۱ - رساله ای در وجود یا صیغه ای دو علم کلیت که شهر زوری آنرا بنام «رساله ای در وجود بنام غیر الملكین مؤید الملك (۲) ثبت کرده است. این رساله را سید سلیمان ندوی در کتاب «خيام» و آقای سعید نقیسی در مجله شرق چاپ سفرده اند و در ۱۳۱۵ با اسم «دعوت خيام» در طهران چاپ شده است.
- ۱۲ - رساله در کون و تکلیف که مضمون جواب خيام از شوال فاضی امام محمد نسوی از حکمت خانی در عراق عالم و حکمت تکلیف است و یکی از رسائل مجموعه جامع الیادع است که با اهتمام محیی الدین صبری گردی در ۱۳۳۰ هجری در مصر طبع رسیده علاوه جزو کتاب «خيام» نسوی چاپ شده است.
- ۱۳ - رساله لوزب الامکنه که تاریخ الفی باو نسبت میدهد.
- ۱۴ - رساله ای در بیان ریح ملکشاهی که شیخ عبدالواحد در شرح سی فصل باو نسبت میدهد.
- ۱۵ - ترجمه فارسی خطبه ابن سینا در توجیه که با اهتمام آقای سعید نقیسی در مجله شرق چاپ شده است.
- ۱۶ - رساله فی الحقیقه در موضوع علم کلی که در مجموعه جامع الیادع و کتاب «خيام» نسوی چاپ شده است.
- ۱۷ - رساله در صورت تضاد در جواب سه مسئله که در همان دو کتاب چاپ شده است.
- ۱۸ - رساله در وجود که با اهتمام رساله الاوصاف والموصولات است که جزو کتاب نسوی طبع رسیده.
- ۱۹ - رساله نظام الملک راجع به حکومت که اسم آن در فهرست نسخ فلزی و عربی کتابخانه عمومی ناسکیور موجود می باشد.
- ۲۰ - رساله در رساله اوزن و القاب که علی الظاهر همین رساله نمرة یازدهم این فهرست است.
- ۲۱ - نوزده نامه در منشأ و ترویج و آداب جشن نوروز که با اهتمام آقایان مجتبی مینوی و سید عبدالرحیم غفالی در ۱۳۱۲ در طهران چاپ شده.

**تاریخ جلالی** - کتبی که خيام از واضعین تاریخ جلالی است. چون این تاریخ حاکی از ذوق نظر واضعین آن مجله خيام است بی تمامیت نیست شرح محلی راجع بان در فصل الحیات و آثار خيام می گذرانیم.

و معادلات درجه دوم آنهاست که بالاترین قوه مجهول در آنها دو است و هکذا. طرق حل معادلات درجات اول و دوم خیلی قدیمی است مثلاً فصل هشتم کتاب (کیوانک سوان شو) یعنی حساب در نه باب که از کتب معروف چینیها است و تاریخ تألیفش هزار سال قبل از میلاد است راجع به دستکاههای درجه اول میباشد. همچنین در آثار علمی قدیمی یونانیان از قبیل تألیفات بقراط - اقلیدس - ابرن - دیوفانتس ( دیوفانت ) مسائل از درجات اول و دوم دیده میشود و کتاب جبر و مقابله محمد بن موسی خوارزمی حاوی حل منظم آنها است و از همین جهت چنانکه ( یواچه ) در تاریخ ریاضیات خود می نویسد : « این کتاب که در قرن نهم در نظر بکفر دانشمند حوزه علمی بغداد مقدماتی بوده تا هفتصد سال بعد مریخ و مفوک اروپائیان و تا زمان ( ویت ) مبنای معادلات علمی آنان بوده است . »

مسائلی که حل آنها بمعادلات درجه سوم بر میگردد نیز خیلی قدیمی است و از جمله معروفترین آنها دو مسئله تثلیث زاویه و تضعیف مکعب است . مسئله تثلیث زاویه آنست که زاویه مفروضی را سه جز مساوی تقسیم کنیم و در باب مسئله دوم افسانه ای صورت ذیل از یونانیان روایت شده :

« در زمان افلاطون اهالی آتن دچار ویای شدید شدند که اعیان از علاجش عاجز ماندند . ناچار پادشاهی که در جزیره ( دلس ) مورد نزول وحی بود مراجعه کردند . وی گفت راه علاج تضعیف میز آبلن است . اجرای این کار بنظر مردم خیلی ساده آمد پس میزی ساختند که ابعادش مضاعف ابعاد آن میز بود . لقب خداوند شدیدیتر شد و بلا را قویتر کرد و ضمناً مردم را آگاه نمود که منظور وی میزیست که حیثیت دوبرابر حجم میز آبلن باشد . مردم وقتی خود را عاجز دیدند از افلاطون استیاضا جستند . . . . »

در کتب مسلمانان افسانه فوق با اندک تغییری بصورت ذیل نقل شده :

« در زمان افلاطون ویسلی پیدا شد و مردم را مدعی بود بشکل مکعب و وحی رسید یکی از انبیاء اینصبر که تضعیف آن مدیح کنند تا وبا رفع شود . ایشان در پیروی آن مدیح مثل آن باشند وبا زیاد شد . صورت بآنندی عرض کردند وحی آمد که ایشان مثل آن مدیح ساخته اند و این نه تضعیف مکعب است پس امتعات از افلاطون سخر شدند گفت چون شما را تعز از هندسه بود حتمالی شما را باین صورت تلبیه نمود و گفت هر گاه استخراج در میان خطین بر نسبت واحد توانید کرد مقصود حاصل شود ( ۱ ) . ( نقل از مشکلات العلوم ) .

حل این دو مسئله به حل معادلات درجه سوم بر میگردد و بعضی از دانشمندان یونانی بعد از معادلات زیاد بوسیله تقاطع قطوع مخروطیه آنها را حل کرده اند . ( سه معنی یعنی و هندلوی و سهمی را که از برین مخروط با صفحه حاصل میشوند قطوع مخروطیه می نامند ) بطوریکه از آثار ارشیدیس موسوم بکتاب کره و استوانه شامل مسئله است که حش صفحه درجه سوم بر میگردد و این مسئله باسم مسئله ارشیدیس قریحاً طرف توجه ریاضی دانها بوده ( صورت مسئله این است : کره مروضه را بطوری با یک صفحه قطع کنید که نسبت حجمهای دو قطعه مقدار مفروضی باشد . )

وقتی علوم یونانی بدست مسلمانان رسید این مسائل و مخصوصاً مسئله ارشیدیس جلب نظر بسیاری از آنانرا نمود و اول کسی که در این باب اسمی از خود گذاشته ابو عبدالله خیزمندی غنصی همدانی است . بعد از او ثابت بن قره از بزرگترین ریاضی دانهای عرب - ابو جعفر خازن خراسانی - ابوسهل کوهی از اهل طبرستان - احمد بن عبدالجلیل سجری - ابن هینم - ابوالجود هینم گشته و سواد دیگری از معادله درجه سوم را مورد بحث قرار داده اند . علامه آنکه قبل از ایشان صدای از ریاضی دانها بصورت خاصی از معادلات درجه سوم برخوردار بوده ولی این برخورد تصادفی باشکلی وبعث منظم انواع معادله درجه سوم که موضوع قسمت مهم کتاب خیام است بکلی متفاوت میباشد و همین کار است چنانکه بلا اشاره کردیم نتایج فکر منظم علمی خیام بهمانی امروز این کلمه است و ( سارلن ) نویسنده کتاب مهم تاریخ مدخل علوم چنانکه او را در تعداد بزرگترین آثار علمی قرون وسطی شمرده است . چون مقدمه کتاب خیام شامل اشاراتی بذات فوق است نقل آن در اینجا مناسب نیست . . . . یکی از رشته های علوم که در فستی لاحکمت که بر ریاضی معروف است محتاج الیه می باشد صناعت جبر و مقابله است که وضع آن برای استخراج مجهولات عددی و هندسی است . این علم شامل مباحثی است که تحصیل آنها مستلزم دانستن بکرشته

مقدمت بسیار مشکلی میباشد و از این جهت فهم اهم آنها بر غالب اشخاصی که در این باب مطالعه میکنند متعذر است چون از مقدمین چیزی در این موضوع بسا نرسیده . شاید معادلات آنها آثاراً به حل مشکلات مسئله نائل ساخته است باصلاً در ضمن تحقیقات علمی خود باین مباحث بر نوردند و با بالاخره آثارشان بزبان ما نقل نشده و اما از متأخرین یکی از آنان موسوم به همدانی در تحلیل جبری مقدمه ای که ارشیدیس در قضیه چهارم کتاب

۱ - حل مسئله به حل معادله  $x^2 = 25a^2$  بر میگردد و بقراط حل معادله را به حل دستگاه  $ax^2 = xy + y^2$  بر گردانده و مقصود از استخراج در میان خطین الخ تعیین  $x$  و  $y$  از روی این دستگاه است .

اندک بیکار کیسه پنج سال اند . . . . ولی بقول قطب الدین شیرازی این اضافه پنج سال بعد از غت یا هشت اضافه چهار سال اجراء میشود . مطابق قول الخ بیک طول سال بطور متوسط  $365 \times 241940$  روز میشود و حال آنکه مقدار حقیقی آن  $365 \times 24224$  است پس هر  $3770$  سال بیکروز خطا حاصل میشود و حال آنکه در تقویم معروف کره گوای  $3330$  سال بیکروز خطا پیدا میشود و لهذا تقویم جلالی از تقویم کره گوار دقیق تر است .

### جبر خیام

بعد از ذکر این مقدمات جبر خیام که موضوع مقاله است می پردازیم .

**کشف جبر خیام و نسخ آن** - جبر خیام اول دفعه در سال ۱۷۱۲ مورد توجه ریاضی دانی موسوم به ( ژرار برمان ) قرار گرفت . مشار الیه در مقدمه تالیفی یکی از آثار خود در ضمن بیان خدمات مسلمانان بیسط حساب تحلیلی از نسخه ای از جبر خیام که از طرف ( وائز ) بکتابخانه شهر لید اعطا شده اسم میبرد و احتمال میدهد که نسخه شامل حل جبری معادلات درجه سوم باشد . بعداً ( شتکولا ) که مقام شاهی در تاریخ ریاضیات دارد از جبر خیام اسم میبرد . پس از او ( دکتر گارز ) در ضمن تحقیقات مفصلی که در باب مترجمین و شارحین آثار اقلیدس کرده است توجه محققین را ب مطالعه این کتاب جلب مینماید . سپس در ماه مه ۱۸۴۱ سدیو فرطی مقاله ایکه درجته جدید آسیائی مترجم است می نویسد در کتابخانه سلطنتی فستی از یک نسخه خطی راجع جبر و مقابله موجود است که موضوعش شباهت تامی با موضوع نسخه کتابخانه لید دارد . بعداً همین شخص در مقاله ایکه در صفحات ۱۳۰ تا ۱۳۶ جلد ۱۲ یادداشتها و مطالب مستعرجه از نسخ کتابخانه سلطنتی درج شده تصحیلات زیاده تری درباره نسخه مذکور داده است . کمی بعد ( شال ) دانشمند ایتالیان فرانسوی در کتاب مهم خود موسوم به « نظر تاریخی راجع بیسط روشهای هندسی » باستناد مقالات سدیو اظهار میدارد که مطالعه کتاب جبر خیام از لحاظ تاریخ علوم ریاضی خیلی مفید است . در همین ایام ( لیری ) نسخه کاملی از این کتاب قدیمی در کتابخانه ملی پاریس یافت و بالاخره ( ویکه ) در  $1850$  مقاله ای راجع باین کتاب انتشار داد و بعداً در  $1851$  کتابی باسم « جبر الخیامی » منتشر ساخت . و بکه در مقدمه کتاب خود می نویسد « من برای ترتیب متن عربی کتاب سه نسخه در دست داشتم . اول نسخه عربی کتابخانه ملی پاریس که خطش بسیار خوب و از دونه دیگر درست تر است ولی بیشترش بی نقطه نوشته شده . اشکال آن نسبتاً واضح میباشد و در آن بجای قطوع مخروطیه قوسهای دایره رسم شده و این قوسها در مواضع رؤس قطوع گوشه هائی با زاویه ساده دارند . . . . هر جادر خواندن کلمه های مطمئن بودم این نسخه را مقدمتاً برداشتم . دوم نسخه ای که مورد توجه سدیو قرار گرفته و یا نمرة ۱۱۰۴ در کتابخانه ملی میسویوا است . خط این نسخه بخوبی نسخه اول نیست ولی منقوط و در بعضی موارد مرعب است اما مع الاسف در ابتدای قسمت مهم کتاب یعنی حل معادلات درجه سوم بیابان میرسد و علاوه بعضی از حواشی آن بواسطه طریقت خواندنش ممکن نیست . . . بالاخره نسخه سوم نسخه کتابخانه لید است که جز جلد ۱۴ کتب وائز میباشد و ظاهر آن بکفر عرب مسیحی که در آن ستردم میزیسه نام ( گنیوس ) از روی یک نسخه شرقی که صاحبانش حاضر بفروش آن نودمانه آرا استخناخ نموده . خط آن بلز و خوانا است ولی از حیث درستی بیانی نسخه اول نرسد و غالب اشکالات با متن غیر مطابق است . » نسخ کتاب ویکه که بکمال حسن خطی و ترجمه قرائت جبر خیام است بزودی تمام شد و تعجب در اینجا است که تمام آن در اروپا بعرف رسیده و گویا جز نسخه ای که نزد آقای ذکا البک است نسخه دیگری بهین خیام نیامده . این است نشانه تقدیری که ما از بزرگان خود میکنیم .

در سال ۱۹۴۱ ترجمه ای از جبر خیام بزبان انگلیسی باهنام ( داود - س سگور ) منتشر شد و بطوریکه مشار الیه در مقدمه کتاب خود می نویسد آرا از روی یک نسخه خطی کامل متعلق باستاد ( سمیت ) معلم دانشگاه کلمبیا ترجمه کرده و بلا می نویسد : « این نسخه را استاد مذکور چند سال پیش در لاهور از یک کفر تاجر ایرانی خریدم و آن عبارتست از ۹۹ صفحه که با خط نسخ خوانا نوشته شده و باستانی بعضی موارد غیر منقوط است و و افلاطنی نیز در آن مشاهده میشود . بقول مترجم این نسخه با نسخه کتابخانه لید مطابق است الا اینکه عنوان ندارد و پایان دو رساله نیز متفاوت میباشد و تحریرش در یکشنبه سیزدهم ربیع الاول سه ( لایتره ) بانجام رسیده و بالاخره اسم نویسنده بخط اردو ضبط شده است .

تا حال غیر از نسخی که در بالا اسم بردم نسخه ای از این کتاب نقیسه بدست نیامده . بالاخره در سال ۱۳۱۷ نویسنده این سطور در صدد انتشار جبر خیام برآمد و متن عربی و ترجمه فارسی آنرا باضمام تاریخ علوم ریاضی از سه هزار سال پیش از میلاد تا زمان خیام بالاخص تاریخ این عهد را در ایران و بکرشته اضافات دیگر بطبع رسانید و مقدماتی از آن در هندوستان و اروپا بعرف رسیده .

**موضوع و اهمیت کتاب و خلاصه آن** - اشخاصی که با علوم ریاضی سروکار دارند میدانند که حل مسائل جبری بکمک معادلات انجام میگردد . امروزه معادلات در حساب درجه آنها تقسیم میکنند . معادلات درجه اول آنهاست که قوه اول مجهول را دارند

بطور مقدمه مینویسد:

« پنج سال بعد از تألیف این رساله شخصی که مختصر اعلیای از هندسه داشت بین گفت که ابوالجود محمد بن لیث مهندس و رساله‌ی در هندسه این اصناف و حل اکثر آنها بکمال قطع غرور و طبع دلدار ولی تمام انواع آنها را بیان نکرده و حالات ممکنه را از مستحیله تمیز نکرده بلکه در حل مسائل مخصوصه بعضی از این اصناف توجه نکرده است و دور نیست که بیان این فائل صحیح باشد. سپس میگوید معادلاتی که ابوالجود حل کرده  $X^2 + C = AX^2$  و  $X^2 + C + BX = AX^2$  است و در باب معادله اول بحث او را خطا می‌شمارد و بعداً خطای او را توضیح میدهد و راجع بمعادله دوم بعد از تعجب ابوالجود میگوید وی صورت خاصی از این معادله را حل کرده و در آن بحث ننموده است.

**جند نکته انتقادی - ۱ -** خیام در حل معادلات عددی یعنی معادلاتی که مجهولشان عدد منطقی است صحیح بودن جواب را شرط امکان مسئله می‌شمارد و شرایطی که در این قبیل معادلات ذکر میکند بی‌شبهت باهائاتی که ذیو قطنس یونانی در مسائل کتاب معروف خود موسوم به « حساب » ذکر کرده نیستند منتها اگر بی‌توجه مسائل این دو مصنف مراجعه کنیم دیده میشود که در مسائلی که ذیو قطنس حل میکند نوع مسائل وجود این شرایط را ایجاد نمینماید و حال اینکه دو مسائلی که خیام ذکر کرده صحیح بودن جوابها هیچگونه لزومی ندارد و شرایطی را که او لازم می‌شمارد صرفاً از لحاظ تفکر و آثار یونانیان بر او ناشی هستند و نشانه تقلید وی از دانشمندان یونانی می‌باشد.

**۲ -** گفتیم که خیام برای حل هر یک از معادلات درجه سوم دو قطع مبرکستوم از تقاطع آنها جواب معادله را بدست می‌آورد. باید دانست که توجه خیام فقط بجوابهای مثبت بوده و وی در تمام موارد رسم قسمتی از دو قطع اکتفا میکند و دور نیست که اگر تمام آنها را میکشید یا تعداد متنی توجه میافت. بنظر نگارنده این مطلب که چه چیز مانع خیام بوده است از اینکه قطوعی را که بکار میرسد با تمام رسم کند خیلی قابل دقت است بخصوص وقتی می‌بینیم که در بعضی معادلات وقتی می‌بیند شامه قطعی که رسم کرده قطع دیگر را تلاقی نمیکند شامه دیگر آنرا رسم نمینماید. پس بطور فکر مستحتمل است که او متوجه ترسیم تمام دو قطع نشد و اگر علت این مطلب دو چیز است اول اینکه یونانی که قطع را در حل معادلات درجه سوم بکار برده است پیش از این از آنرا انگشده اند دوم اینکه ظاهراً وقتی خیام برای جواب معادله را بدست می‌آورد آنرا حل شده می‌پنداشته و شاهد بر این مطلب این است که در بعضی مسائل که حل کرده با وجود اینکه شکلی که رسم نموده حاکی از وجود دو جواب است معادلک باین مطلب تصریح نمی‌نماید.

**۳ -** بحث های خیام روی صرفه نالشی است. در اغلب موارد شرط ناس و تقاطع با عدم تقاطع قطوعی را که بکار میرسد ذکر نمیکند.

**۴ -** بعضی از اشخاصی که بالا جملاً از موضوع جبر و مقابله خیام یعنی حل انواع معادله درجه سوم از روی تقاطع قطع غرور و طبع مطلعند خیام را واضح هندسه تحلیلی تصور میکنند و این باب لازم است توضیح دهیم که علمی که امروز به هندسه تحلیلی موسوم است سه مرحله داشته. اول اختراع دستگاه مختصات که خیلی قدیمی است و شاید از اختراعات مسلمان مصری باشد و رومیها که مساحی قدیم را خیلی بسط و توسعه داده و برای تثبیت اوضاع بلاد و ترتیب کوره ها و زمینها دو محور عمود بر هم بکار برده اند. در این باب شاگرد مصریها هستند. یونانیان نیز در خواص بعضی از منحنیها روابطی بکار برده اند که با استعمال مختصات و معادله منحنیات بر میسر بود مثلاً متعوس و ارضه پس در آثار خود خاصیت  $Y^2 = 2PX$  منطبق بر همی را بکار برده اند. اروپاییان در فزون وسطی باین مسئله توجه یافتند و یکی از ریاضیون قرن چهاردهم موسوم به آ. رسم کنایی که در آن مبانی و اصول مختصات دیدیم میشود تألیف کرده.

مرحله دوم توجه بنظایر مسائل جبری یا اشکال هندسی و تلفات پروابط هندسه وجبر است و آن در آثار یونانیها دیده میشود و مسلمین کار های آنها را تکمیل نموده اند مثلاً خوارزمی معادلات درجه دوم را از این راه حل کرده و خیام در این باب ترقی زیادی نموده و اشکال هندسی را در حل معادلات درجه سوم بکار برده است ولی این مرد دانشمند از این دو مرحله تجاوز نکرده و بر اهلبنی که در کتاب جبر افهامه میکند تمام مبنیها را کشفات یونانیها است. مرحله سوم نمایش تغییرات توابع است که مبنای هندسه تحلیلی کنونی است و اختراع آن به دانشمند معروف فرانسوی ( دکارت ) منسوب می‌باشد.

**پایان**

برای اینکه مقاله زیاد طولانی و ملال آور نشود اولاً از ذکر مطالبی که جنبه فنی دارد صرف نظر کردیم و ثانیاً مدارک تحقیقات فوق را یاد ننوشتیم و در این قسمت مصوبان دانشمندان شرق و غرب که آثارشان مورد استفاده ما بوده است هستیم. مطالبین توضیحات و تصحیلات بیشتر باید بکتاب « جبر و مقابله خیام » نگارنده این منظور مراجعه نمایند. در پایان یاد آوری می‌نمائیم که هیچیک از علما مشرق موفق بکشف حل عددی معادله درجه سوم نشده اند مگر ملا علی قاسم اصفهانی ( ۱۸۰۰ - ۱۸۷۶ ) که این معادلات را باستانی تقسیم و برای هر صنف طریق حلی کشف کرده و تعلیقات خود را در این باب در کتابی موسوم به ( تکملة العیون ) گرد آورده است.

کرده و استوانه بکار برده بمعادلهای شامل کعبها و مربعات و اعداد ( ۱ ) بر خورده و بعد از تفکر زیاد از حلش عاجز شده و تعلیل آنرا متنوع شمرده. بعداً ابوجعفر خازن آنرا بکمال قطع غرور و طبع حل کرده است. پس از وی جاضی از مهندسین پیارم از مسائل این علم بر خورده و بعضی از آنان برخی از این مسائل را حل کردند لکن هیچیک در بیان عدد اصناف و تبیین انواع هر صنف و برهان حل آنها مطلب مهمی ایراد ننموده اند مگر در دو قسم که عنقریب ذکر خواهیم کرد.

« من پیوسته عشق شدیدی بتحقیق برهانی این اصناف و تمیز انواع ممکن و متنوع هر صنف داشتم زیرا دریافته بودم که این امر دو مسائل مشکله شدیداً طرف احتیاج است... » کتاب خیام را میتوان پنج جزء تقسیم کرد:

جزء اول حاوی موضوع و مطلوب و تمام علم جبر - مقدار - اصلاحات جبری ها مرتبه تعلیمی کتاب - تعریف معادله و اقسام آن - خیام جبر را علم استخراج مجهولات عددی و هندسی تعریف میکند و برای هر معادله از دو جهت حل لازم میدانند یکی وقتی مجهول عدد باشد و دیگر در صورتی که مجهول مقدار هندسی ( طول - سطح - حجم ) باشد. خیام هیچگاه این قانون را از نظر دور نهدارد و یکی از این دو راه را جانشین راه دیگر نمی‌شمارد و اگر چه در مورد معادلات درجه سوم ناچار بحل هندسی معادله اکتفا میکند معذات فکر بلند او از کشف راه حل عددی آنها مأیوس نیست و این خود نشانه‌ای از توجه کامل او بپیرنگ علمی علوم است. بطور کلی خیام و دیگر ریاضیون اسلامی وقتی معادله جواب مثبت نداشته باشد آنرا متنوع می‌شمارند و علت این مطلب عدم توجه آنها با هندسه است. راجع بقسام معادله باید گفت خیام اول کسی است که معادلات درجبات اول و دوم موسوم را بطور منظم طبقه بندی کرده و اگر چه طبقه بندی او مبنی بر عدد جل معادله میباشد و امروزه هیچگونه فایده و مورد استعمالی ندارد معذات از نظر تاریخی خالی از اهمیت نیست و چنانکه گفتیم معرف فکر منظم او می‌باشد. خیام معادلات سه درجه اول را بفرمات یعنی معادلات دو جمله‌ای و مقترنات یعنی معادلات سه جمله‌ای و چهار جمله‌ای تقسیم میکند.

مفردات کتاب خیام عبارتند از این شش قسم:

- ۱ - عددی معادله شتی است  $(X^2 = a)$  - ۲ - عددی معادله مال است  $(X^2 = a)$
- ۳ - عددی معادله کعب است  $(X^3 = a)$  - ۴ - چند شتی معادله مال است  $(aX^2 = X^2)$
- ۵ - چند مال معادله کعب است  $(aX^2 = X^3)$
- ۶ - چند شتی معادله کعب است  $(aX^3 = X^3)$

که اولی و دومی و چهارمی قبل از خیام حل شده اند.

مقترنات را خیام سه جمله‌ای و چهار جمله‌ای تقسیم میکند. مقترنات سه جمله‌ای خود بدوازده صنف تقسیم میشوند سه صنف بین عدد و شتی و مال ( جمله معادله  $X^2 + aX = X^2 + a$  ) سه صنف بین شتی و مال و کعب  $(X^2 + aX^2 = X^2 + a)$  و این شش صنف قبل از خیام حل شده اند. راجع بقسام این صنفا باید در نظر داشت که چون خیام از اعداد منعی مثال بوده معادله ای که امروز با اعداد جبری بصورت  $X^2 + aX + b = 0$  نوشته میشود برای او سه صورت نمایار سه راه حل داشته  $aX^2 + aX + b = X^2 + aX + b$  و  $X^2 + aX + b = X^2 + aX + b$  و  $X^2 + aX + b = X^2 + aX + b$  هر گدا در سایر صنفا.

مقترنات چهار جمله‌ای را به هفت صنف تقسیم مینماید. چهار صنف که در آنها یکی از مراتب معادله مجموع سه مرتبه دیگر است و از آنها فقط صنف  $aX^2 + aX^2 + c = bX$  قبل از خیام حل شده ( ۱ ) و سه صنف که در آنها دو مرتبه معادل دو مرتبه دیگر است ( مثلاً  $X^2 + aX^2 = bX + c$  ).

جزء دوم کتاب شامل حل معادلات دو جمله‌ای و سه جمله‌ای درجه دوم و معادلات قابل تحویل بآنها است.

درباب معادلات درجه دوم خیام چیزی بر مطالب پیشین خود اضافه نکرده و نظایر وی کاملتر و متفکتر از راه‌هایی است که خوارزمی در کتاب جبر و مقابله نمود ذکر میکند. جزء سوم کتاب حاوی حل و بحث معادلات درجه سوم است از روی تقاطع قطع غرور و طبعی و این جزء مهمترین قسمتهای کتاب میباشد. مصنف بعد از آماده کردن معادله برای حل قطوع لازم برای حل معادله را از روی ضرایب آن معین میکند و در بعضی موارد شرط تقاطع دو قطع را نیز بحث و تحقیق مینماید.

جزء چهارم کتاب راجع بمعادلات آسری ساده است از قبیل  $X^2 + 1 = X$ .

جزء پنجم کتاب شامل انتقاداتی راجع بکار های ابوالجود میباشد. در این باب خیام

- ۱ - در اصلاح ریاضیون دوره اسلامی شتی عبارتست از مجهول معادله ( مثلاً بجای  $X$  عدد محاسبات اسروزی ) و مربع آن مال  $(X^2)$  و مکعبش کعب  $(X^3)$  نامیده میشود و منظور از عدد جمله معلوم معادله است.
- ۱ - مصنف در باب این صورت مینویسد: « قبل از من یکی از مهندسین باین صنف دچار شده و آنرا حل کرده است ولی اشکال مختلفه آنرا توضیح نداده و متوجه نشده است که بعضی از مسائل آن چنانکه گفتیم متنوع میباشد و اما مسئله‌ای که یکی از متأخرین در ضمن حل آن صنف فوق بر خورده این است: عدد ده را بنویس جز. چنان تقسیم کنی که مجموع مرتب آنها باضافه خارج قسمت جزء بزرگتر بر جزء کوچکتر ۷۲ شود. »